



Universidad del Istmo

**División de Estudios de Posgrado
Maestría en Ciencias en Energía Solar**

Proceso de Admisión

Guía de Estudio

Índice

1. Presentación	1
2. Matemáticas	2
2.1. Temario	2
2.2. Banco de reactivos	3
3. Física.....	24
3.1. Temario	24
3.2. Banco de reactivos	25
Bibliografía	27

1. Presentación

La División de Estudios de Posgrado de la Universidad del Istmo ha preparado esta guía con el propósito de brindar apoyo a los aspirantes a ingresar a la **Maestría en Ciencias en Energía Solar** en su preparación para el examen diagnóstico.

Este documento comprende dos áreas esenciales para evaluar los conocimientos básicos necesarios para el ingreso, Matemáticas y Física. Cada área incluye el temario detallado, así como bibliografía [1–10] de apoyo que podrás consultar durante tu preparación.

La evaluación diagnóstica estará conformada por dos exámenes, uno de cada área, con aproximadamente 15 reactivos de opción múltiple, que deberán resolverse en una sesión de máximo cuatro horas en total. Es importante mencionar que se espera que el aspirante deje en claro el procedimiento con el que llegó a su respuesta. Durante la aplicación del examen, únicamente se permitirá el uso de lápiz, goma para borrar, sacapuntas y calculadora.

El estudio minucioso de esta guía será la base principal para obtener resultados satisfactorios en la evaluación y servirá también temario del curso propedéutico.

2. Matemáticas

2.1. Temario

1. Cálculo diferencial e integral

- 1.1 Funciones, límites y continuidad
- 1.2 Derivación, reglas y aplicaciones
- 1.3 Integrales, técnicas y aplicaciones
- 1.4 Ecuaciones paramétricas y coordenadas polares
- 1.5 Sucesiones y series infinitas

2. Algebra lineal

- 2.1 Sistemas lineales
- 2.2 Espacios vectoriales
- 2.3 Determinantes y valores propios
- 2.4 Transformaciones lineales
- 2.5 Ortogonalización y ortonormalización

3. Cálculo Vectorial

- 3.1 El espacio $\mathbb{R}^n$
- 3.2 Coordenadas cilíndricas y esféricas
- 3.3 Funciones de varias variables
- 3.4 Curvas en el espacio
- 3.5 Integrales múltiples

4. Ecuaciones diferenciales

- 4.1 Ecuaciones diferenciales de primer orden
- 4.2 Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior
- 4.3 Sistemas de ecuaciones diferenciales
- 4.4 Transformada de Laplace y series de Fourier

2.2. Banco de reactivos

1. Si $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ y $h \neq 0$, evalúe

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- (a) $4a - 2h - 5$
 - (b) $4a + 2h - 5$ *
 - (c) $4a + 2h + 5$
 - (d) $2a + 4h - 5$
2. Un contenedor rectangular sin tapa tiene un volumen de 10 m^3 . La longitud de su base es dos veces su ancho w . El material para la base cuesta \$10 por metro cuadrado, y el material para los lados de altura h cuesta \$6 por metro cuadrado. Expresa el costo de los materiales como una función del ancho de la base.

- (a) $C(w) = 20w^2 - \frac{180}{w}, \quad w > 0$
- (b) $C(w) = 20w + \frac{180}{w^2}, \quad w > 0$
- (c) $C(w) = 20w^2 + \frac{180}{w}, \quad w > 0$ *
- (d) $C(w) = 20w^2 + \frac{180}{w^2}, \quad w > 0$

3. Encuentre el dominio de la función.

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - x}$$

- (a) $\{x \mid x \neq 0, x = 1\}$
- (b) $\{x \mid x \neq 0, x \neq -1\}$
- (c) * $\{x \mid x \neq 0, x \neq 1\}$ *
- (d) $\{x \mid x = 0, x \neq 1\}$

4. Infiera el valor del límite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$$

- (a) 0.05
- (b) 5

(c) -0.5

(d) $0.5 *$

5. Encuentre

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$$

si existe.

(a) $\infty *$

(b) $-\infty$

(c) 0

(d) $\emptyset$

6. Evalúe

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x - 2}{5x^2 + 4x + 1}$$

(a) $\frac{5}{3}$

(b) $\frac{3}{5} *$

(c) $-\frac{3}{5}$

(d) $\frac{3}{4}$

7. Encuentre f' si

$$f(x) = \frac{1-x}{2+x}$$

(a) $\frac{3}{(2+x)^2}$

(b) $-\frac{3}{2+x^2}$

(c) $-\frac{3}{(2+x)^2} *$

(d) $-\frac{2}{(3+x)^2}$

8. ¿En qué punto de la curva $y = e^x$ la recta tangente es paralela a la recta $y = 2x$?

(a) $(\ln 2, 2) *$

(b) $(\ln 2, -2)$

(c) $(2, \ln 2)$

(d) $(\ln 2, 0)$

9. Encuentre $F'(x)$ si

$$F(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

(a) $\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(b) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} *$

(c) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(d) $\frac{x}{x^2 + 1}$

10. Se va a fabricar una lata que ha de contener 1 L de aceite. Encuentre las dimensiones que debe tener la lata de manera que minimicen el costo del metal para fabricarla.

(a) $r = \sqrt{\frac{500}{\pi}}$ y $h = 2r$

(b) $r = \sqrt[3]{\frac{500}{2\pi}}$ y $h = 2r$

(c) $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$ y $h = r$

(d) $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$ y $h = 2r *$

11. Expresé

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i^3 + x_i \sin x_i) \Delta x$$

como una integral sobre el intervalo $[0, \pi]$.

(a) $\int_0^{\pi} (x^3 - x \sin x) dx$

(b) $\int_0^{\pi} (x^3 + x \sin x) dx *$

(c) $\int_0^{\pi} (x^2 + x \sin x) dx$

(d) $\int_0^{2\pi} (x^3 + x \sin x) dx$

12. Encuentre

$$\frac{d}{dx} \int_1^{x^4} \sec t \, dt$$

- (a) $\sec(x^3) \cdot 4x^2$
- (b) $\sec(x^4) \cdot 4x$
- (c) $\sec(4x^3) \cdot x^4$
- (d) $\sec(x^4) \cdot 4x^3$ *

13. Una partícula se mueve a lo largo de una recta de modo que su velocidad en el instante t es

$$v(t) = t^2 - t - 6$$

medida en metros por segundo. Encuentre el desplazamiento de la partícula durante el periodo $1 \leq t \leq 4$ y determine la distancia recorrida durante este período.

- (a) 4.5 m y 10.17 m *
- (b) 4.5 m y 101.7 m
- (c) 45 m y 10.17 m
- (d) 4.05 m y 10.7 m

14. Evalúe

$$\int e^x \sen x, dx$$

- (a) $\frac{1}{2}e^x(\sen x + \cos x) + C$
- (b) $\frac{1}{2}e^x(\sen x - \cos x) + C$ *
- (c) $e^x(\sen x - \cos x) + C$
- (d) $\frac{1}{2}e^x(\cos x - \sen x) + C$

15. Encuentre el área encerrada por la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- (a) $2\pi ab$
- (b) $\pi a^2 b$

(c) $\pi(a+b)$

(d) πab *

16. Encuentre las ecuaciones paramétricas de la circunferencia con centro en (h,k) y radio r .

(a) $x = h + r \sin t, \quad y = k + r \cos t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

(b) $x = h + r \cos t, \quad y = k + r \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ *

(c) $x = h - r \cos t, \quad y = k + r \sin t, \quad 0 \leq t \leq \pi$

(d) $x = r + h \cos t, \quad y = r + k \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

17. Una curva C está definida por las ecuaciones paramétricas $x = t^2$ y $y = t^3 - 3t$. Demuestre que C tiene dos rectas tangentes en el punto $(3,0)$ y encuentre sus ecuaciones.

(a) $y = \sqrt{3}(x-3)$ y $y = -\sqrt{3}(x-3)$ *

(b) $y = \sqrt{3}(x+3)$ y $y = -\sqrt{3}(x+3)$

(c) $y = 3(x-3)$ y $y = -3(x-3)$

(d) $y = \sqrt{3}(x-3)$ y $y = \sqrt{3}(x+3)$

18. Encuentre la longitud de un arco de la cicloide

$$x = r(\theta - \sin \theta)$$

$$y = r(1 - \cos \theta)$$

(a) $4r$

(b) $8r^2$

(c) $8r$ *

(d) $\frac{8}{r}$

19. Encuentre el área encerrada por un lazo de cuatro pétalos dada por la ecuación

$$r = \cos 2\theta$$

(a) $\frac{\pi}{8}$ *

(b) $\frac{8}{\pi}$

(c) $\frac{\pi}{4}$

(d) $-\frac{\pi}{8}$

20. Encuentre una ecuación cartesiana para la curva $r = 2 \cos \theta$.

(a) $(x+1)^2 + y^2 = 1$

(b) $(x-1)^2 + y^2 = 2$

(c) $(x-1)^2 + y^2 = 1$ *

(d) $x^2 + (y-1)^2 = 1$

21. Encuentre el foco y la directriz de la parábola $y^2 + 10x = 0$

(a) El foco es $(p, 0) = \left(\frac{5}{2}, 0\right)$ y la directriz es $x = -\frac{5}{2}$

(b) El foco es $(p, 0) = \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ y la directriz es $x = \frac{5}{2}$ *

(c) El foco es $(p, 0) = \left(0, -\frac{5}{2}\right)$ y la directriz es $y = \frac{5}{2}$

(d) El foco es $(p, 0) = \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ y la directriz es $x = -\frac{5}{2}$

22. La sucesión

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{10+n}}$$

¿es convergente o divergente?

(a) Convergente

(b) Oscilante

(c) Indeterminada

(d) Divergente *

23. Determine la serie de Taylor para $f(x) = e^x$ en $a = 2$.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e}{n!} (x-2)^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^2}{n!} (x-2)^n$ *

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^2}{n!} (x+2)^n$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^2}{n!} (x-2)^n$

24. Teniendo $f(x) = \sin x$, calcule los primeros tres términos de la suma de la serie de Taylor centrada en $\pi/3$.

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2 \cdot 1!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 2!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2 *$

(b) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2 \cdot 1!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 2!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2 \cdot 1!} \left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 2!} \left(x + \frac{\pi}{3}\right)^2$

(d) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 1!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2 \cdot 2!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2$

25. Represente $f(x) = \sin x$ como la suma de su serie de Taylor centrada en $\pi/3$.

(a) $\frac{x^7}{5040}$

(b) $\frac{|x|^7}{5040} *$

(c) $\frac{|x|^6}{5040}$

(d) $\frac{|x|^7}{720}$

26. ¿Cuál de las gráficas de los siguientes sistemas es un par de rectas paralelas?

(a) $3x - 2y = 7$
 $4y = 6x - 14$

(b) $x - 2y = 7 *$
 $3x = 4 + 6y$

(c) $2x + 3y = 7$
 $3x - 2y = 6$

(d) $5x + y = 1$
 $7y = 3x$

27. ¿Cuál de los siguientes sistemas tiene la matriz de coeficientes dada a la derecha?

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) $3x + 2y = -1$
 $y = 5$
 $2x = 1$
- (b) $3x + 2z = 10$
 $2x + y = 0$
 $-x + 5y + z = 5$
- (c) $3x = 2$
 $2x + y = 0$
 $-x + 5y = 1$
- (d) $3x + 2y - z = -3$ *
 $y + 5z = 15$
 $2x + z = 3$

28. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre el sistema dado?

$$x + y + z = 3$$

$$2x + 2y + 2z = 6$$

$$3x + 3y + 3z = 10$$

- (a) Tiene una solución única $x = 1, y = 1, z = 1$
- (b) Es inconsistente *
- (c) Tiene un número infinito de soluciones
- (d) Es convergente

29. ¿Cuál de los incisos es $2A - 4B$ si $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$?

- (a) $\begin{pmatrix} -8 & -4 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} 16 & -4 & 0 \end{pmatrix}$
- (d) Esta operación no se puede realizar. *

30. ¿Cuál de las siguientes matrices es invertible?

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} *$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

31. Si

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

entonces $\det A =$.

(a) 0

(b) 12

(c) $-12 *$

(d) 6

32. El determinante de

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 \\ -1 & 5 & 8 \\ 6 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

es 468. La componente 3, 1 de A^{-1} es:

(a) $-\frac{26}{468} *$

(b) $\frac{26}{468}$

(c) $\frac{46}{468}$

(d) $-\frac{46}{468}$

33. Considere el sistema

$$2x + 3y + 4z = 7$$

$$3x + 8y - z = 2$$

$$-5x - 12y + 6z = 11$$

Si

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 8 & -1 \\ -5 & -12 & 6 \end{vmatrix}$$

entonces $y =$.

(a) $\frac{1}{D} \begin{vmatrix} 7 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & -1 \\ 11 & -12 & 6 \end{vmatrix}$

(b) $\frac{1}{D} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 3 & 8 & 2 \\ -5 & -12 & 11 \end{vmatrix}$

(c) $\frac{1}{D} \begin{vmatrix} 2 & 7 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ -5 & 11 & 6 \end{vmatrix} *$

(d) $\frac{1}{D} \begin{vmatrix} 2 & -7 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \\ -5 & -11 & 6 \end{vmatrix}$

34. Si $\vec{u} = (4, 3)$, entonces el vector unitario con la misma dirección que $\vec{u}$ es.

(a) $(0.4, 0.3)$

(b) $(0.8, 0.6)$

(c) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right) *$

(d) $\left(\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\right)$

35. El componente de $\vec{u}$ en la dirección $\vec{w}$ es

(a) $\frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{|\vec{w}|} *$

(b) $\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}$

(c) $\frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{|\vec{w}|} \vec{w}$

(d) $\frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{|\vec{w}| |\vec{u}|} \vec{u}$

36. El seno del ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{w}$ es.

- (a) $\frac{|\vec{u} \times \vec{w}|}{|\vec{u}| |\vec{w}|} *$
- (b) $\frac{|\vec{u} \times \vec{w}|}{|\vec{u} \cdot \vec{w}|}$
- (c) $\frac{|\vec{u} \cdot \vec{w}|}{|\vec{u} \times \vec{w}|}$
- (d) $|\vec{u} \times \vec{w}| - |\vec{u} \cdot \vec{w}|$

37. La recta que pasa por los puntos $(1, 2, 4)$ y $(5, 10, 15)$ satisface la ecuación

- (a) $(x, y, z) = (1, 2, 4) + t(4, 8, 11) *$
- (b) $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-1}{11}$
- (c) $(x, y, z) = (5, 10, 15) + s(4, 8, 11) *$
- (d) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-10}{8} = \frac{z-15}{11} *$

38. La recta que pasa por los puntos $(1, 2, 4)$ y $(5, 10, 15)$ satisface la ecuación

- (a) $(x, y, z) = (1, 2, 4) + t(4, 8, 11) *$
- (b) $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-1}{11}$
- (c) $(x, y, z) = (5, 10, 15) + s(4, 8, 11) *$
- (d) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-10}{8} = \frac{z-15}{11} *$

39. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos de polinomios generan a P_2 ?

- (a) $\{1, x^2\}$
- (b) $\{3, 2x, -x^2\} *$
- (c) $\{1+x, 2+2x, x^2\}$
- (d) $\{1, 1+x, 1+x^2\} *$

40. La matriz de transición en $\mathbb{R}^2$ de la base

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

a la base

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

es.

- (a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}^*$
- (d) $\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

41. ¿Para cuáles de las siguientes matrices Q^{-1} es igual a Q^t ?

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{6}{\sqrt{40}} \\ \frac{3}{\sqrt{10}} & \frac{2}{\sqrt{40}} \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{6}{\sqrt{40}} \\ \frac{3}{\sqrt{10}} & -\frac{2}{\sqrt{40}} \end{pmatrix}^*$
- (d) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

42. En $C[0, 1]$, $(x, x^3) =$.

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) $\frac{1}{3}$
- (c) $\frac{1}{4}$
- (d) $\frac{1}{5}^*$

43. Si $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es la transformación lineal

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ -x \\ y \end{pmatrix}$$

entonces $A_T =$

(a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^*$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

44. 1 es el único valor característico de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Su multiplicidad geométrica es.

- (a) 1
- (b) 2 *
- (c) 3
- (d) 3×3

45. Si A es semejante a la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

entonces sus valores característicos son 1, 2 y 3.

- (a) Verdadero *
- (b) Falso
- (c) Indeterminado
- (d) No se puede asegurar

46. Si A es una matriz simétrica real con dos valores característicos positivos, entonces

$$A\vec{v} \cdot \vec{v} = d > 0$$

es la ecuación de

- (a) una parábola
- (b) una elipse *
- (c) una hipérbola
- (d) dos rectas

47. De la esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z + 6 = 0$$

determine su centro y radio.

- (a) centro $(2, 3, -1)$ y radio $\sqrt{8}$
- (b) centro $(-2, 3, 1)$ y radio $\sqrt{8}$
- (c) centro $(-2, 3, -1)$ y radio 8
- (d) centro $(-2, 3, -1)$ y radio $2\sqrt{2}$ *

48. Determine los ángulos de dirección del vector $\vec{a} = \langle 1, 2, 3 \rangle$.

- (a) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{14}}, \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{14}}, \cos \gamma = \frac{3}{\sqrt{14}}$ *
- (b) $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{14}}, \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{14}}, \cos \gamma = \frac{3}{\sqrt{14}}$
- (c) $\cos \alpha = \frac{1}{14}, \cos \beta = \frac{2}{14}, \cos \gamma = \frac{3}{14}$
- (d) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{14}}, \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{14}}, \cos \gamma = \frac{2}{\sqrt{14}}$

49. Determine las ecuaciones paramétricas y las ecuaciones simétricas de la recta que pasa por los puntos $A(2, 4, -3)$ y $B(3, -1, 1)$.

- (a) $x = 2 + t, y = 4 - 5t, z = -3 + 4t$ y $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+3}{4}$
- (b) $x = 2 + t, y = 4 - 5t, z = -3 + 4t$ y $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+3}{4}$ *

$$(c) \ x = 2 + t, \quad y = 4 - 5t, \quad z = -3 + 4t \quad y \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+3}{4}$$

$$(d) \ x = 2 + t, \quad y = 4 - 5t, \quad z = -3 + 4t \quad y \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z-3}{4}$$

50. Determine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \vec{r}(t)$$

donde

$$\vec{r}(t) = (1+t^3)\vec{i} + te^{-t}\vec{j} + \frac{\sin t}{t}\vec{k}$$

$$(a) \ \vec{i} + \vec{k} *$$

$$(b) \ \vec{i} - \vec{k}$$

$$(c) \ \vec{i} + \vec{j}$$

$$(d) \ \vec{j} + \vec{k}$$

51. Determine una función vectorial que represente la curva de intersección del cilindro

$$x^2 + y^2 = 1$$

y el plano

$$y + z = 2$$

$$(a) \ \mathbf{r}(t) = \sin t \mathbf{i} + \cos t \mathbf{j} + (2 - \sin t) \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$(b) \ \mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + (2 + \sin t) \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$(c) \ \mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + (2 - \sin t) \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi *$$

$$(d) \ \mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + (2 - \cos t) \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq \pi$$

52. Determine la derivada de

$$\vec{r}(t) = (1+t^3)\vec{i} + te^{-t}\vec{j} + \sin 2t\vec{k}$$

$$(a) \ \vec{r}'(t) = 3t^2\vec{i} + (1+t)e^{-t}\vec{j} + 2\cos 2t\vec{k}$$

$$(b) \ \vec{r}'(t) = 3t^2\vec{i} + (1-t)e^{-t}\vec{j} + 2\cos 2t\vec{k} *$$

$$(c) \ \vec{r}'(t) = 3t\vec{i} + (1-t)e^{-t}\vec{j} + 2\cos 2t\vec{k}$$

$$(d) \ \vec{r}'(t) = 3t^2\vec{i} + (1-t)e^{-t}\vec{j} - 2\sin 2t\vec{k}$$

53. Determine la longitud del arco de la hélice circular con ecuación vectorial

$$\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$$

del punto $(1, 0, 0)$ al punto $(1, 0, 2\pi)$.

- (a) $2\sqrt{2}\pi$ *
- (b) $2\sqrt{2}\pi$
- (c) $4\sqrt{2}\pi$
- (d) $\sqrt{2}\pi$

54. Determine el vector normal unitario para la hélice circular

$$\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$$

- (a) $\langle -\sin t, -\cos t, 0 \rangle$
- (b) $\langle \cos t, -\sin t, 0 \rangle$
- (c) $\langle -\cos t, -\sin t, 1 \rangle$
- (d) $\langle -\cos t, -\sin t, 0 \rangle$ *

55. Si

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

¿existe

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$$

?

- (a) existe
- (b) es indeterminado
- (c) no existe *
- (d) converge

56. Si

$$f(x, y) = x^3 + x^2y^3 - 2y^2$$

determine $f_x(2, 1)$ y $f_y(2, 1)$.

- (a) $16y - 8$
- (b) $16y + 8$ *
- (c) $8y + 16$
- (d) $16y + 4$

57. Determine $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ si z es implícitamente definida como una función de x y y por la ecuación

$$x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz = 1$$

- (a) $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x^2 + 2xz}{z^2 + 2xy}$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y^2 + 2yz}{z^2 + 2xy}$
- (b) $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x^2 + 2yz}{z^2 - 2xy}$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y^2 + 2xz}{z^2 - 2xy}$
- (c) $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x^2 + 2yz}{z^2 + 2xy}$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y^2 + 2xz}{z^2 + 2xy}$ *
- (d) $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^2 + 2yz}{z^2 + 2xy}$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y^2 + 2xz}{z^2 + 2xy}$

58. Si

$$z = x^2y + 3xy^4$$

donde $x = \sin 2t$ y $y = \cos t$, determine $\frac{dz}{dt}$ cuando $t = 0$.

- (a) 0.6
- (b) -6
- (c) 6 *
- (d) $\frac{1}{6}$

59. Determine la derivada direccional de la función

$$f(x, y) = x^2y^3 - 4y$$

en el punto $(2, -1)$ en la dirección del vector $\vec{v} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$.

- (a) $\frac{32}{\sqrt{29}}$ *
- (b) $\frac{32}{29}$

- (c) $\frac{\sqrt{29}}{32}$
 (d) $\frac{29}{\sqrt{32}}$

60. Evalúe la integral doble

$$\iint_R (x - 3y^2) \, dA$$

donde

$$R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$$

Compare con el ejemplo 3.

- (a) 12
 (b) -1.2
 (c) $\frac{1}{12}$
 (d) -12 *

61. Evalúe

$$\iint_R (3x + 4y^2) \, dA$$

donde R es la región en el semiplano superior acotado por los círculos

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

- (a) $\frac{15\pi}{4}$
 (b) $\frac{15\pi}{2}$ *
 (c) $\frac{15}{2\pi}$
 (d) $\frac{30\pi}{2}$

62. Evalúe la siguiente integral, la cual se simplifica en coordenadas cilíndricas.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) \, dz \, dy \, dx$$

- (a) $\frac{16\pi}{5}$

- (b) $\frac{5\pi}{16}$
- (c) $\frac{16}{5}\pi$ *
- (d) $\frac{16}{5\pi}$

63. Evalúe

$$\iiint_B e^{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

donde B es la pelota unitaria, la cual se simplifica en coordenadas esféricas.

- (a) $\frac{4}{3}\pi(e-1)$ *
- (b) $\frac{4}{3}\pi(e+1)$
- (c) $\frac{3}{4}\pi(e-1)$
- (d) $\frac{4}{3}(e-1)$

64. Determine el campo vectorial gradiente de

$$f(x,y) = x^2y - y^3$$

- (a) $2xy\vec{i} + (x^2 + 3y^2)\vec{j}$
- (b) $2x\vec{i} + (x^2 - 3y^2)\vec{j}$
- (c) $2xy\vec{i} + (3y^2 - x^2)\vec{j}$
- (d) $2xy\vec{i} + (x^2 - 3y^2)\vec{j}$ *

65. Encuentre una solución de la ecuación diferencial

$$y' = \frac{1}{2}(y^2 - 1)$$

que satisfaga la condición inicial $y(0) = 2$.

- (a) $\frac{3 - e^t}{3 + e^t}$
- (b) $\frac{3 + e^t}{3 - e^t}$ *
- (c) $\frac{3 + e^{-t}}{3 - e^t}$

(d) $\frac{3 + e^t}{3 + e^t}$

66. Resuelva la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y^2}$$

(a) $y = \sqrt[3]{x^3 - 3C}$

(b) $y = \sqrt{x^3 + 3C}$

(c) $y = \sqrt[3]{x^2 + 3C}$

(d) $y = \sqrt[3]{x^3 + 3C} *$

67. Resuelva la ecuación diferencial

$$y'' + y' - 6y = 0$$

(a) $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{3x}$

(b) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x} *$

(c) $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-2x}$

(d) $y = c_1 e^{2x} - c_2 e^{-3x}$

68. Resuelva el problema de valor inicial, es recomendable utilizar la Transformada de Laplace

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 3 \frac{dy}{dt} + 2y = e^{3t}$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

(a) $y(t) = \frac{5}{2}e^t - 2e^{2t} + \frac{1}{2}e^{3t} *$

(b) $y(t) = \frac{5}{2}e^t + 2e^{2t} + \frac{1}{2}e^{3t}$

(c) $y(t) = \frac{5}{2}e^{2t} - 2e^t + \frac{1}{2}e^{3t}$

(d) $y(t) = \frac{5}{2}e^t - 2e^{3t} + \frac{1}{2}e^{2t}$

69. Transforme el problema de valor inicial

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + 3y = e^t$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$$

- (a) $\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_1, \quad \frac{dx_3}{dt} = e^t - x_2^2 - 3x_1$
- (b) $\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_3, \quad \frac{dx_3}{dt} = e^t + x_2^2 - 3x_1$
- (c) $\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_3, \quad \frac{dx_3}{dt} = e^t - x_2^2 - 3x_1$ *
- (d) $\frac{dx_1}{dt} = x_3, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_3}{dt} = e^t - x_2^2 - 3x_1$

70. Hallar la serie de Fourier de la función

$$f(x) = \cos^2 x$$

en el intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$.

- (a) $\cos^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2x), \quad -\pi \leq x \leq \pi$
- (b) $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x, \quad -\pi \leq x \leq \pi$
- (c) $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin(2x), \quad -\pi \leq x \leq \pi$
- (d) $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2x), \quad -\pi \leq x \leq \pi$ *

3. Física

3.1. Temario

1. Mecánica Newtoniana.

- 1.1 Velocidad y aceleración.
- 1.2 Caída del cuerpo libre.
- 1.3 Segunda Ley de Newton.

2. Trabajo, Potencia, Energía.

- 2.1 Trabajo de una fuerza constante.
- 2.2 Potencia consumida al realizar trabajo.
- 2.3 Energía mecánica (cinética, potencial).

3. Termodinámica.

- 3.1 Calor y trabajo.
- 3.2 Ley de Conservación de la Energía.
- 3.3 Máquina térmica de Carnot.

4. Electromagnetismo

- 4.1 Fuerza de Coulomb.
- 4.2 Fuerza de un campo magnético sobre un conductor con corriente.

5. Circuitos eléctricos

- 5.1 Resistencia equivalente de circuitos con resistencias en serie.
- 5.2 Resistencia equivalente de circuitos con resistencias en paralelo.

3.2. Banco de reactivos

1. Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s desde la azotea de un edificio que tiene una altura de 80 m. Despreciando la resistencia del aire, calcúlese el tiempo que la piedra tarda en llegar al suelo.
 - (a) 5.25 s
 - (b) 6.57 s *
 - (c) 7.80 s
 - (d) 8.15 s

2. Suponga que hay una fuerza de fricción horizontal constante con magnitud de 190 N que se opone al movimiento del velero de la figura. En este caso, ¿qué fuerza F_W debe ejercer el viento sobre el velero para producir la misma aceleración constante $a_x = 5 \text{ m/s}^2$? Considere que la fuerza de fricción F_F es 0.1 veces la fuerza normal F_N .
 - (a) 990.2 N
 - (b) 1159.4 N *
 - (c) 1310.7 N
 - (d) 1565.5 N

3. Un recipiente rígido contiene un fluido caliente que se enfría mientras es agitado por un ventilador. Al inicio, la energía interna del fluido es de 950 kJ, pero durante el proceso de enfriamiento pierde 310 kJ. Por su parte, el ventilador realiza 240 kJ de trabajo sobre el fluido. ¿Cuál es la energía interna final del fluido?
 - (a) 850 kJ
 - (b) 880 kJ *
 - (c) 920 kJ
 - (d) 960 kJ

4. Una pelota es dejada caer desde una torre de 45 m de altura. Despreciando la resistencia del aire, ¿cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?
 - (a) 3.0 s
 - (b) 3.02 s *

- (c) 4.21 s
- (d) 5.10 s
5. Una fuerza constante de 50 N empuja un objeto a lo largo de 8 metros en línea recta. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza?
- (a) 400 J
- (b) $W = 50 \times 8 = 400 \text{ J}^*$
- (c) 450 J
- (d) 350 J
6. Una máquina térmica de Carnot opera entre dos fuentes térmicas: 600 K y 300 K. ¿Cuál es su eficiencia máxima teórica?
- (a) 30%
- (b) 50% *
- (c) 70%
- (d) 40%
7. Dos cargas de $+2 \times 10^{-6} \text{ C}$ y $-3 \times 10^{-6} \text{ C}$ están separadas por 0.1 m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza entre ellas?
- (a) 3.6 N
- (b) 5.4 N
- (c) $F = 5.4 \text{ N}^*$
- (d) 7.2 N
8. Tres resistencias de 4Ω , 6Ω y 10Ω se conectan en paralelo. ¿Cuál es la resistencia total del circuito?
- (a) 1Ω
- (b) $1.95 \Omega^*$
- (c) 3Ω
- (d) 2.5Ω

Bibliografía

- [1] J. Stewart, *Cálculo: trascendentes tempranas*, 8th ed. (Cengage Learning, México, 2016).
- [2] S. I. Grossman, *Álgebra lineal*, 6th ed. (McGraw-Hill Interamericana, México, 2008).
- [3] M. Braun, *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*, 2nd ed. (Grupo Editorial Iberoamérica, México, D.F., 1990). Traducción de: *Differential Equations and Their Applications*.
- [4] R. A. Serway and J. W. Jewett, *Física para ciencias e ingeniería con física moderna*, 10th ed. (Cengage Learning, 2020).
- [5] D. C. Giancoli, *Física: Principios con aplicaciones*, 7th ed. (Pearson, 2014).
- [6] P. A. Tipler and G. Mosca, *Física para la ciencia y la tecnología*, 6th ed. (Reverté, 2008).
- [7] H. D. Young and R. A. Freedman, *Física universitaria*, 14th ed. (Pearson Educación, 2020).
- [8] Y. A. Çengel and M. A. Boles, *Termodinámica*, 8th ed. (McGraw-Hill Education, 2015).
- [9] M. N. O. Sadiku, *Elementos de electromagnetismo*, 6th ed. (Oxford University Press, 2018).
- [10] C. K. Alexander and M. N. O. Sadiku, *Fundamentals of Electric Circuits*, 6th ed. (McGraw-Hill Education, 2017).