



Universidad del Istmo

**División de Estudios de Posgrado
Maestría en Ciencias en Energía Eólica**

Proceso de Admisión

Guía de Estudio

Índice

1. Presentación	1
2. Matemáticas	2
2.1. Temario	2
2.2. Banco de reactivos	3
3. Física.....	24
3.1. Temario	24
3.2. Banco de reactivos	25
Bibliografía	29

1. Presentación

La División de Estudios de Posgrado de la Universidad del Istmo ha preparado esta guía con el propósito de brindar apoyo a los aspirantes a ingresar a la **Maestría en Ciencias en Energía Eólica** en su preparación para el examen diagnóstico.

Este documento comprende dos áreas esenciales para evaluar los conocimientos básicos necesarios para el ingreso, Matemáticas y Física. Cada área incluye el temario detallado, así como bibliografía [1–10] de apoyo que podrás consultar durante tu preparación.

La evaluación diagnóstica estará conformada por dos exámenes, uno de cada área, con aproximadamente 15 reactivos de opción múltiple, que deberán resolverse en una sesión de máximo cuatro horas en total. Es importante mencionar que se espera que el aspirante deje en claro el procedimiento con el que llegó a su respuesta. Durante la aplicación del examen, únicamente se permitirá el uso de lápiz, goma para borrar, sacapuntas y calculadora.

El estudio minucioso de esta guía será la base principal para obtener resultados satisfactorios en la evaluación y servirá también temario del curso propedéutico.

2. Matemáticas

2.1. Temario

1. Cálculo diferencial e integral

- 1.1 Funciones, límites y continuidad
- 1.2 Derivación, reglas y aplicaciones
- 1.3 Integrales, técnicas y aplicaciones
- 1.4 Ecuaciones paramétricas y coordenadas polares
- 1.5 Sucesiones y series infinitas

2. Algebra lineal

- 2.1 Sistemas lineales
- 2.2 Espacios vectoriales
- 2.3 Determinantes y valores propios
- 2.4 Transformaciones lineales
- 2.5 Ortogonalización y ortonormalización

3. Cálculo Vectorial

- 3.1 El espacio $\mathbb{R}^n$
- 3.2 Coordenadas cilíndricas y esféricas
- 3.3 Funciones de varias variables
- 3.4 Curvas en el espacio
- 3.5 Integrales múltiples

4. Ecuaciones diferenciales

- 4.1 Ecuaciones diferenciales de primer orden
- 4.2 Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior
- 4.3 Sistemas de ecuaciones diferenciales
- 4.4 Transformada de Laplace y series de Fourier

2.2. Banco de reactivos

1. Si $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ y $h \neq 0$, evalúe

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- (a) $4a - 2h - 5$
 - (b) $4a + 2h - 5$ *
 - (c) $4a + 2h + 5$
 - (d) $2a + 4h - 5$
2. Un contenedor rectangular sin tapa tiene un volumen de 10 m^3 . La longitud de su base es dos veces su ancho w . El material para la base cuesta \$10 por metro cuadrado, y el material para los lados de altura h cuesta \$6 por metro cuadrado. Expresa el costo de los materiales como una función del ancho de la base.

- (a) $C(w) = 20w^2 - \frac{180}{w}, \quad w > 0$
- (b) $C(w) = 20w + \frac{180}{w^2}, \quad w > 0$
- (c) $C(w) = 20w^2 + \frac{180}{w}, \quad w > 0$ *
- (d) $C(w) = 20w^2 + \frac{180}{w^2}, \quad w > 0$

3. Encuentre el dominio de la función.

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - x}$$

- (a) $\{x \mid x \neq 0, x = 1\}$
- (b) $\{x \mid x \neq 0, x \neq -1\}$
- (c) * $\{x \mid x \neq 0, x \neq 1\}$ *
- (d) $\{x \mid x = 0, x \neq 1\}$

4. Infiera el valor del límite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$$

- (a) 0.05
- (b) 5

(c) -0.5

(d) 0.5 *

5. Encuentre

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$$

si existe.

(a) ∞ *

(b) $-\infty$

(c) 0

(d) $\emptyset$

6. Evalúe

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x - 2}{5x^2 + 4x + 1}$$

(a) $\frac{5}{3}$

(b) $\frac{3}{5}$ *

(c) $-\frac{3}{5}$

(d) $\frac{3}{4}$

7. Encuentre f' si

$$f(x) = \frac{1-x}{2+x}$$

(a) $\frac{3}{(2+x)^2}$

(b) $-\frac{3}{2+x^2}$

(c) $-\frac{3}{(2+x)^2}$ *

(d) $-\frac{2}{(3+x)^2}$

8. ¿En qué punto de la curva $y = e^x$ la recta tangente es paralela a la recta $y = 2x$?

(a) $(\ln 2, 2)$ *

(b) $(\ln 2, -2)$

(c) $(2, \ln 2)$

(d) $(\ln 2, 0)$

9. Encuentre $F'(x)$ si

$$F(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

(a) $\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(b) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} *$

(c) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(d) $\frac{x}{x^2 + 1}$

10. Se va a fabricar una lata que ha de contener 1 L de aceite. Encuentre las dimensiones que debe tener la lata de manera que minimicen el costo del metal para fabricarla.

(a) $r = \sqrt{\frac{500}{\pi}}$ y $h = 2r$

(b) $r = \sqrt[3]{\frac{500}{2\pi}}$ y $h = 2r$

(c) $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$ y $h = r$

(d) $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$ y $h = 2r *$

11. Expresé

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i^3 + x_i \operatorname{sen} x_i) \Delta x$$

como una integral sobre el intervalo $[0, \pi]$.

(a) $\int_0^\pi (x^3 - x \operatorname{sen} x) dx$

(b) $\int_0^\pi (x^3 + x \operatorname{sen} x) dx *$

(c) $\int_0^\pi (x^2 + x \operatorname{sen} x) dx$

(d) $\int_0^{2\pi} (x^3 + x \operatorname{sen} x) dx$

12. Encuentre

$$\frac{d}{dx} \int_1^{x^4} \sec t \, dt$$

- (a) $\sec(x^3) \cdot 4x^2$
- (b) $\sec(x^4) \cdot 4x$
- (c) $\sec(4x^3) \cdot x^4$
- (d) $\sec(x^4) \cdot 4x^3$ *

13. Una partícula se mueve a lo largo de una recta de modo que su velocidad en el instante t es

$$v(t) = t^2 - t - 6$$

medida en metros por segundo. Encuentre el desplazamiento de la partícula durante el periodo $1 \leq t \leq 4$ y determine la distancia recorrida durante este período.

- (a) 4.5 m y 10.17 m *
- (b) 4.5 m y 101.7 m
- (c) 45 m y 10.17 m
- (d) 4.05 m y 10.7 m

14. Evalúe

$$\int e^x \sin x \, dx$$

- (a) $\frac{1}{2}e^x(\sin x + \cos x) + C$
- (b) $\frac{1}{2}e^x(\sin x - \cos x) + C$ *
- (c) $e^x(\sin x - \cos x) + C$
- (d) $\frac{1}{2}e^x(\cos x - \sin x) + C$

15. Encuentre el área encerrada por la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- (a) $2\pi ab$
- (b) $\pi a^2 b$

(c) $\pi(a+b)$

(d) πab *

16. Encuentre las ecuaciones paramétricas de la circunferencia con centro en (h,k) y radio r .

(a) $x = h + r \sin t, \quad y = k + r \cos t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

(b) $x = h + r \cos t, \quad y = k + r \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ *

(c) $x = h - r \cos t, \quad y = k + r \sin t, \quad 0 \leq t \leq \pi$

(d) $x = r + h \cos t, \quad y = r + k \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

17. Una curva C está definida por las ecuaciones paramétricas $x = t^2$ y $y = t^3 - 3t$. Demuestre que C tiene dos rectas tangentes en el punto $(3,0)$ y encuentre sus ecuaciones.

(a) $y = \sqrt{3}(x-3)$ y $y = -\sqrt{3}(x-3)$ *

(b) $y = \sqrt{3}(x+3)$ y $y = -\sqrt{3}(x+3)$

(c) $y = 3(x-3)$ y $y = -3(x-3)$

(d) $y = \sqrt{3}(x-3)$ y $y = \sqrt{3}(x+3)$

18. Encuentre la longitud de un arco de la cicloide

$$x = r(\theta - \sin \theta)$$

$$y = r(1 - \cos \theta)$$

(a) $4r$

(b) $8r^2$

(c) $8r$ *

(d) $\frac{8}{r}$

19. Encuentre el área encerrada por un lazo de cuatro pétalos dada por la ecuación

$$r = \cos 2\theta$$

(a) $\frac{\pi}{8}$ *

(b) $\frac{8}{\pi}$

(c) $\frac{\pi}{4}$

(d) $-\frac{\pi}{8}$

20. Encuentre una ecuación cartesiana para la curva $r = 2 \cos \theta$.

(a) $(x+1)^2 + y^2 = 1$

(b) $(x-1)^2 + y^2 = 2$

(c) $(x-1)^2 + y^2 = 1$ *

(d) $x^2 + (y-1)^2 = 1$

21. Encuentre el foco y la directriz de la parábola $y^2 + 10x = 0$

(a) El foco es $(p, 0) = \left(\frac{5}{2}, 0\right)$ y la directriz es $x = -\frac{5}{2}$

(b) El foco es $(p, 0) = \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ y la directriz es $x = \frac{5}{2}$ *

(c) El foco es $(p, 0) = \left(0, -\frac{5}{2}\right)$ y la directriz es $y = \frac{5}{2}$

(d) El foco es $(p, 0) = \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ y la directriz es $x = -\frac{5}{2}$

22. La sucesión

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{10+n}}$$

¿es convergente o divergente?

(a) Convergente

(b) Oscilante

(c) Indeterminada

(d) Divergente *

23. Determine la serie de Taylor para $f(x) = e^x$ en $a = 2$.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e}{n!} (x-2)^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^2}{n!} (x-2)^n$ *

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^2}{n!} (x+2)^n$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^2}{n!} (x-2)^n$

24. Teniendo $f(x) = \sin x$, calcule los primeros tres términos de la suma de la serie de Taylor centrada en $\pi/3$.

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2 \cdot 1!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 2!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2 *$

(b) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2 \cdot 1!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 2!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2 \cdot 1!} \left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 2!} \left(x + \frac{\pi}{3}\right)^2$

(d) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 1!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2 \cdot 2!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2$

25. Represente $f(x) = \sin x$ como la suma de su serie de Taylor centrada en $\pi/3$.

(a) $\frac{x^7}{5040}$

(b) $\frac{|x|^7}{5040} *$

(c) $\frac{|x|^6}{5040}$

(d) $\frac{|x|^7}{720}$

26. ¿Cuál de las gráficas de los siguientes sistemas es un par de rectas paralelas?

(a) $3x - 2y = 7$
 $4y = 6x - 14$

(b) $x - 2y = 7 *$
 $3x = 4 + 6y$

(c) $2x + 3y = 7$
 $3x - 2y = 6$

(d) $5x + y = 1$
 $7y = 3x$

27. ¿Cuál de los siguientes sistemas tiene la matriz de coeficientes dada a la derecha?

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) $3x + 2y = -1$
 $y = 5$
 $2x = 1$
- (b) $3x + 2z = 10$
 $2x + y = 0$
 $-x + 5y + z = 5$
- (c) $3x = 2$
 $2x + y = 0$
 $-x + 5y = 1$
- (d) $3x + 2y - z = -3$ *
 $y + 5z = 15$
 $2x + z = 3$

28. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre el sistema dado?

$$x + y + z = 3$$

$$2x + 2y + 2z = 6$$

$$3x + 3y + 3z = 10$$

- (a) Tiene una solución única $x = 1, y = 1, z = 1$
- (b) Es inconsistente *
- (c) Tiene un número infinito de soluciones
- (d) Es convergente

29. ¿Cuál de los incisos es $2A - 4B$ si $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$?

- (a) $\begin{pmatrix} -8 & -4 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} 16 & -4 & 0 \end{pmatrix}$
- (d) Esta operación no se puede realizar. *

30. ¿Cuál de las siguientes matrices es invertible?

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} *$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

31. Si

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

entonces $\det A =$.

(a) 0

(b) 12

(c) $-12 *$

(d) 6

32. El determinante de

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 \\ -1 & 5 & 8 \\ 6 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

es 468. La componente 3, 1 de A^{-1} es:

(a) $-\frac{26}{468} *$

(b) $\frac{26}{468}$

(c) $\frac{46}{468}$

(d) $-\frac{46}{468}$

33. Considere el sistema

$$2x + 3y + 4z = 7$$

$$3x + 8y - z = 2$$

$$-5x - 12y + 6z = 11$$

Si

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 8 & -1 \\ -5 & -12 & 6 \end{vmatrix}$$

entonces $y =$.

(a) $\frac{1}{D} \begin{vmatrix} 7 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & -1 \\ 11 & -12 & 6 \end{vmatrix}$

(b) $\frac{1}{D} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 3 & 8 & 2 \\ -5 & -12 & 11 \end{vmatrix}$

(c) $\frac{1}{D} \begin{vmatrix} 2 & 7 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ -5 & 11 & 6 \end{vmatrix} *$

(d) $\frac{1}{D} \begin{vmatrix} 2 & -7 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \\ -5 & -11 & 6 \end{vmatrix}$

34. Si $\vec{u} = (4, 3)$, entonces el vector unitario con la misma dirección que $\vec{u}$ es.

(a) $(0.4, 0.3)$

(b) $(0.8, 0.6)$

(c) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right) *$

(d) $\left(\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\right)$

35. El componente de $\vec{u}$ en la dirección $\vec{w}$ es

(a) $\frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{|\vec{w}|} *$

(b) $\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}$

(c) $\frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{|\vec{w}|} \vec{w}$

(d) $\frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{|\vec{w}| |\vec{u}|} \vec{u}$

36. El seno del ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{w}$ es.

- (a) $\frac{|\vec{u} \times \vec{w}|}{|\vec{u}| |\vec{w}|} *$
(b) $\frac{|\vec{u} \times \vec{w}|}{|\vec{u} \cdot \vec{w}|}$
(c) $\frac{|\vec{u} \cdot \vec{w}|}{|\vec{u} \times \vec{w}|}$
(d) $|\vec{u} \times \vec{w}| - |\vec{u} \cdot \vec{w}|$

37. La recta que pasa por los puntos $(1, 2, 4)$ y $(5, 10, 15)$ satisface la ecuación

- (a) $(x, y, z) = (1, 2, 4) + t(4, 8, 11) *$
(b) $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-1}{11}$
(c) $(x, y, z) = (5, 10, 15) + s(4, 8, 11) *$
(d) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-10}{8} = \frac{z-15}{11} *$

38. La recta que pasa por los puntos $(1, 2, 4)$ y $(5, 10, 15)$ satisface la ecuación

- (a) $(x, y, z) = (1, 2, 4) + t(4, 8, 11) *$
(b) $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-1}{11}$
(c) $(x, y, z) = (5, 10, 15) + s(4, 8, 11) *$
(d) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-10}{8} = \frac{z-15}{11} *$

39. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos de polinomios generan a P_2 ?

- (a) $\{1, x^2\}$
(b) $\{3, 2x, -x^2\} *$
(c) $\{1+x, 2+2x, x^2\}$
(d) $\{1, 1+x, 1+x^2\} *$

40. La matriz de transición en $\mathbb{R}^2$ de la base

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

a la base

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

es.

- (a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}^*$
- (d) $\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

41. ¿Para cuáles de las siguientes matrices Q^{-1} es igual a Q^t ?

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{6}{\sqrt{40}} \\ \frac{3}{\sqrt{10}} & \frac{2}{\sqrt{40}} \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{6}{\sqrt{40}} \\ \frac{3}{\sqrt{10}} & -\frac{2}{\sqrt{40}} \end{pmatrix}^*$
- (d) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

42. En $C[0, 1]$, $(x, x^3) =$.

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) $\frac{1}{3}$
- (c) $\frac{1}{4}$
- (d) $\frac{1}{5}^*$

43. Si $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es la transformación lineal

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ -x \\ y \end{pmatrix}$$

entonces $A_T =$

(a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^*$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

44. 1 es el único valor característico de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Su multiplicidad geométrica es.

- (a) 1
- (b) 2 *
- (c) 3
- (d) 3×3

45. Si A es semejante a la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

entonces sus valores característicos son 1, 2 y 3.

- (a) Verdadero *
- (b) Falso
- (c) Indeterminado
- (d) No se puede asegurar

46. Si A es una matriz simétrica real con dos valores característicos positivos, entonces

$$A\vec{v} \cdot \vec{v} = d > 0$$

es la ecuación de

- (a) una parábola
- (b) una elipse *
- (c) una hipérbola
- (d) dos rectas

47. De la esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z + 6 = 0$$

determine su centro y radio.

- (a) centro $(2, 3, -1)$ y radio $\sqrt{8}$
 - (b) centro $(-2, 3, 1)$ y radio $\sqrt{8}$
 - (c) centro $(-2, 3, -1)$ y radio 8
 - (d) centro $(-2, 3, -1)$ y radio $2\sqrt{2}$ *
48. Determine los ángulos de dirección del vector $\vec{a} = \langle 1, 2, 3 \rangle$.

- (a) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{14}}, \quad \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{14}}, \quad \cos \gamma = \frac{3}{\sqrt{14}}$ *
- (b) $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{14}}, \quad \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{14}}, \quad \cos \gamma = \frac{3}{\sqrt{14}}$
- (c) $\cos \alpha = \frac{1}{14}, \quad \cos \beta = \frac{2}{14}, \quad \cos \gamma = \frac{3}{14}$
- (d) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{14}}, \quad \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{14}}, \quad \cos \gamma = \frac{2}{\sqrt{14}}$

49. Determine las ecuaciones paramétricas y las ecuaciones simétricas de la recta que pasa por los puntos $A(2, 4, -3)$ y $B(3, -1, 1)$.

- (a) $x = 2 + t, \quad y = 4 - 5t, \quad z = -3 + 4t$ y $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+3}{4}$
- (b) $x = 2 + t, \quad y = 4 - 5t, \quad z = -3 + 4t$ y $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+3}{4}$ *

$$(c) \ x = 2 + t, \ y = 4 - 5t, \ z = -3 + 4t \quad y \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+3}{4}$$

$$(d) \ x = 2 + t, \ y = 4 - 5t, \ z = -3 + 4t \quad y \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z-3}{4}$$

50. Determine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \vec{r}(t)$$

donde

$$\vec{r}(t) = (1+t^3)\vec{i} + te^{-t}\vec{j} + \frac{\sin t}{t}\vec{k}$$

$$(a) \ \vec{i} + \vec{k} *$$

$$(b) \ \vec{i} - \vec{k}$$

$$(c) \ \vec{i} + \vec{j}$$

$$(d) \ \vec{j} + \vec{k}$$

51. Determine una función vectorial que represente la curva de intersección del cilindro

$$x^2 + y^2 = 1$$

y el plano

$$y + z = 2$$

$$(a) \ \mathbf{r}(t) = \sin t \mathbf{i} + \cos t \mathbf{j} + (2 - \sin t) \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$(b) \ \mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + (2 + \sin t) \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$(c) \ \mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + (2 - \sin t) \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi *$$

$$(d) \ \mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + (2 - \cos t) \mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq \pi$$

52. Determine la derivada de

$$\vec{r}(t) = (1+t^3)\vec{i} + te^{-t}\vec{j} + \sin 2t\vec{k}$$

$$(a) \ \vec{r}'(t) = 3t^2\vec{i} + (1+t)e^{-t}\vec{j} + 2\cos 2t\vec{k}$$

$$(b) \ \vec{r}'(t) = 3t^2\vec{i} + (1-t)e^{-t}\vec{j} + 2\cos 2t\vec{k} *$$

$$(c) \ \vec{r}'(t) = 3t\vec{i} + (1-t)e^{-t}\vec{j} + 2\cos 2t\vec{k}$$

$$(d) \ \vec{r}'(t) = 3t^2\vec{i} + (1-t)e^{-t}\vec{j} - 2\sin 2t\vec{k}$$

53. Determine la longitud del arco de la hélice circular con ecuación vectorial

$$\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$$

del punto $(1, 0, 0)$ al punto $(1, 0, 2\pi)$.

- (a) $2\sqrt{2}\pi$ *
- (b) $2\sqrt{2}\pi$
- (c) $4\sqrt{2}\pi$
- (d) $\sqrt{2}\pi$

54. Determine el vector normal unitario para la hélice circular

$$\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$$

- (a) $\langle -\sin t, -\cos t, 0 \rangle$
- (b) $\langle \cos t, -\sin t, 0 \rangle$
- (c) $\langle -\cos t, -\sin t, 1 \rangle$
- (d) $\langle -\cos t, -\sin t, 0 \rangle$ *

55. Si

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

¿existe

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$$

?

- (a) existe
- (b) es indeterminado
- (c) no existe *
- (d) converge

56. Si

$$f(x, y) = x^3 + x^2y^3 - 2y^2$$

determine $f_x(2, 1)$ y $f_y(2, 1)$.

- (a) $16y - 8$
- (b) $16y + 8$ *
- (c) $8y + 16$
- (d) $16y + 4$

57. Determine $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ si z es implícitamente definida como una función de x y y por la ecuación

$$x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz = 1$$

- (a) $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x^2 + 2xz}{z^2 + 2xy}$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y^2 + 2yz}{z^2 + 2xy}$
- (b) $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x^2 + 2yz}{z^2 - 2xy}$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y^2 + 2xz}{z^2 - 2xy}$
- (c) $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x^2 + 2yz}{z^2 + 2xy}$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y^2 + 2xz}{z^2 + 2xy}$ *
- (d) $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^2 + 2yz}{z^2 + 2xy}$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y^2 + 2xz}{z^2 + 2xy}$

58. Si

$$z = x^2y + 3xy^4$$

donde $x = \sin 2t$ y $y = \cos t$, determine $\frac{dz}{dt}$ cuando $t = 0$.

- (a) 0.6
- (b) -6
- (c) 6 *
- (d) $\frac{1}{6}$

59. Determine la derivada direccional de la función

$$f(x, y) = x^2y^3 - 4y$$

en el punto $(2, -1)$ en la dirección del vector $\vec{v} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$.

- (a) $\frac{32}{\sqrt{29}}$ *
- (b) $\frac{32}{29}$

- (c) $\frac{\sqrt{29}}{32}$
(d) $\frac{29}{\sqrt{32}}$

60. Evalúe la integral doble

$$\iint_R (x - 3y^2) \, dA$$

donde

$$R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$$

Compare con el ejemplo 3.

- (a) 12
(b) -1.2
(c) $\frac{1}{12}$
(d) -12 *

61. Evalúe

$$\iint_R (3x + 4y^2) \, dA$$

donde R es la región en el semiplano superior acotado por los círculos

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

- (a) $\frac{15\pi}{4}$
(b) $\frac{15\pi}{2}$ *
(c) $\frac{15}{2\pi}$
(d) $\frac{30\pi}{2}$

62. Evalúe la siguiente integral, la cual se simplifica en coordenadas cilíndricas.

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 (x^2 + y^2) \, dz \, dy \, dx$$

- (a) $\frac{16\pi}{5}$

- (b) $\frac{5\pi}{16}$
- (c) $\frac{16}{5}\pi$ *
- (d) $\frac{16}{5\pi}$

63. Evalúe

$$\iiint_B e^{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

donde B es la pelota unitaria, la cual se simplifica en coordenadas esféricas.

- (a) $\frac{4}{3}\pi(e-1)$ *
- (b) $\frac{4}{3}\pi(e+1)$
- (c) $\frac{3}{4}\pi(e-1)$
- (d) $\frac{4}{3}(e-1)$

64. Determine el campo vectorial gradiente de

$$f(x,y) = x^2y - y^3$$

- (a) $2xy\vec{i} + (x^2 + 3y^2)\vec{j}$
- (b) $2x\vec{i} + (x^2 - 3y^2)\vec{j}$
- (c) $2xy\vec{i} + (3y^2 - x^2)\vec{j}$
- (d) $2xy\vec{i} + (x^2 - 3y^2)\vec{j}$ *

65. Encuentre una solución de la ecuación diferencial

$$y' = \frac{1}{2}(y^2 - 1)$$

que satisfaga la condición inicial $y(0) = 2$.

- (a) $\frac{3 - e^t}{3 + e^t}$
- (b) $\frac{3 + e^t}{3 - e^t}$ *
- (c) $\frac{3 + e^{-t}}{3 - e^t}$

(d) $\frac{3 + e^t}{3 + e^t}$

66. Resuelva la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y^2}$$

(a) $y = \sqrt[3]{x^3 - 3C}$

(b) $y = \sqrt{x^3 + 3C}$

(c) $y = \sqrt[3]{x^2 + 3C}$

(d) $y = \sqrt[3]{x^3 + 3C} *$

67. Resuelva la ecuación diferencial

$$y'' + y' - 6y = 0$$

(a) $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{3x}$

(b) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x} *$

(c) $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-2x}$

(d) $y = c_1 e^{2x} - c_2 e^{-3x}$

68. Resuelva el problema de valor inicial, es recomendable utilizar la Transformada de Laplace

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 3 \frac{dy}{dt} + 2y = e^{3t}$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

(a) $y(t) = \frac{5}{2}e^t - 2e^{2t} + \frac{1}{2}e^{3t} *$

(b) $y(t) = \frac{5}{2}e^t + 2e^{2t} + \frac{1}{2}e^{3t}$

(c) $y(t) = \frac{5}{2}e^{2t} - 2e^t + \frac{1}{2}e^{3t}$

(d) $y(t) = \frac{5}{2}e^t - 2e^{3t} + \frac{1}{2}e^{2t}$

69. Transforme el problema de valor inicial

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + 3y = e^t$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$$

- (a) $\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_1, \quad \frac{dx_3}{dt} = e^t - x_2^2 - 3x_1$
- (b) $\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_3, \quad \frac{dx_3}{dt} = e^t + x_2^2 - 3x_1$
- (c) $\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_3, \quad \frac{dx_3}{dt} = e^t - x_2^2 - 3x_1$ *
- (d) $\frac{dx_1}{dt} = x_3, \quad \frac{dx_2}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_3}{dt} = e^t - x_2^2 - 3x_1$

70. Hallar la serie de Fourier de la función

$$f(x) = \cos^2 x$$

en el intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$.

- (a) $\cos^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2x), \quad -\pi \leq x \leq \pi$
- (b) $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x, \quad -\pi \leq x \leq \pi$
- (c) $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin(2x), \quad -\pi \leq x \leq \pi$
- (d) $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2x), \quad -\pi \leq x \leq \pi$ *

3. Física

3.1. Temario

1. Mecánica.

1.1 Cinemática (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, caída libre).

1.2 Dinámica (Leyes de Newton, diagrama de fuerzas, suma vectorial de fuerzas, fuerza de fricción, masa, aceleración, gravitación).

2. **Energía, Trabajo, Potencia** (teorema del trabajo y la energía cinética, energía cinética y energía potencial gravitatoria, potencia).

3. **Termodinámica** (primera ley de la termodinámica: relación entre calor, trabajo y variación de la energía interna de un sistema).

4. Electromagnetismo.

4.1 Fuerza de Coulomb.

4.2 Energía potencial de un conjunto de cargas eléctricas.

4.3 Fuerza magnética (leyes de los circuitos magnéticos)

4.4 Ley Ohm

4.5 Circuitos en serie y paralelo

4.6 Leyes de Kirchhoff

3.2. Banco de reactivos

1. Un trabajador empuja una caja de 50 kg sobre una superficie horizontal con fricción despreciable. Si la fuerza aplicada es de 200 N y la caja se desplaza 5 metros, ¿cuánto trabajo realiza el trabajador sobre la caja?
 - (a) 800 J
 - (b) 1000 J *
 - (c) 1200 J
 - (d) 1500 J

2. Una bola de masa 0.5 kg se lanza horizontalmente con una velocidad inicial de 10 m/s. Después de recorrer cierta distancia, su velocidad aumenta a 20 m/s. ¿Cuál es el cambio en la energía cinética de la bola?
 - (a) 100 J
 - (b) 75 J *
 - (c) 50 J
 - (d) 150 J

3. ¿Cuál es la presión absoluta a 15 metros de profundidad bajo la superficie de un lago? Suponga que la densidad del agua es de 1000 kg/m^3 y la presión atmosférica es de 101,325 Pa.
 - (a) 248,325 Pa *
 - (b) 101,325 Pa
 - (c) 150,000 Pa
 - (d) 147,000 Pa

4. Se eleva una masa de 139 kg a una altura de 13 m en 62 segundos. ¿Cuál es la potencia requerida para esta operación?
 - (a) 264.38 W
 - (b) 285.25 W *
 - (c) 313.78 W
 - (d) 342.60 W

5. Un objeto de 277 kg se encuentra sobre una superficie con fricción de 19 N. ¿Qué fuerza neta debe aplicarse para alcanzar 6 m/s en 5 s?
- (a) 334.0 N
 - (b) 351.8 N *
 - (c) 422.16 N
 - (d) 370.8 N
6. Una barra está formada por dos secciones: una de 2.5 m con resistividad $0.004 \Omega \cdot \text{m}$, y otra de 5.2 m con resistividad $0.006 \Omega \cdot \text{m}$. La sección transversal es de 3 mm de lado. ¿Cuál es la resistencia total?
- (a) 188.89 Ω
 - (b) 277.77 Ω
 - (c) 377.77 Ω *
 - (d) 4577.78 Ω
7. Una barra está formada por dos secciones: una de 3.1 m con resistividad $0.004 \Omega \cdot \text{m}$, y otra de 4.8 m con resistividad $0.006 \Omega \cdot \text{m}$. La sección transversal es cuadrada, de 3 mm de lado. ¿Cuál es la resistencia total entre sus extremos?
- (a) 377.78 Ω
 - (b) 311.11 Ω
 - (c) 400.0 Ω *
 - (d) 4577.78 Ω
8. Una barra está formada por dos secciones: una de 2.7 m con resistividad $0.005 \Omega \cdot \text{m}$, y otra de 3.5 m con resistividad $0.006 \Omega \cdot \text{m}$. Sección cuadrada de 3 mm. ¿Cuál es la resistencia entre extremos?
- (a) 339.51 Ω *
 - (b) 270.0 Ω
 - (c) 380.0 Ω
 - (d) 3833.33 Ω

9. Un dispositivo eléctrico consume 12 W y está conectado a una fuente de 24 V. ¿Cuál es la corriente que circula por el dispositivo?
- (a) 0.5 A *
 - (b) 0.4 A
 - (c) 0.6 A
 - (d) 2.0 A
10. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con velocidad de 22 m/s. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza? Ignore la resistencia del aire.
- (a) 24.68 m
 - (b) 24.66 m *
 - (c) 26.00 m
 - (d) 22.00 m
11. Se eleva una masa de 98 kg a una altura de 18 m en 40 segundos. ¿Cuál es la potencia promedio requerida?
- (a) 441.99 W *
 - (b) 400.25 W
 - (c) 500.00 W
 - (d) 350.00 W

Bibliografía

- [1] J. Stewart, *Cálculo: trascendentes tempranas*, 8th ed. (Cengage Learning, México, 2016).
- [2] S. I. Grossman, *Álgebra lineal*, 6th ed. (McGraw-Hill Interamericana, México, 2008).
- [3] M. Braun, *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*, 2nd ed. (Grupo Editorial Iberoamérica, México, D.F., 1990). Traducción de: *Differential Equations and Their Applications*.
- [4] R. A. Serway and J. W. Jewett, *Física para ciencias e ingeniería con física moderna*, 10th ed. (Cengage Learning, 2020).
- [5] P. E. Tippens, *Física: Conceptos y aplicaciones*, 7th ed. (McGraw-Hill Education, 2013).
- [6] Y. A. Çengel and M. A. Boles, *Termodinámica*, 8th ed. (McGraw-Hill Education, 2015).
- [7] C. K. Alexander and M. N. O. Sadiku, *Fundamentals of Electric Circuits*, 6th ed. (McGraw-Hill Education, 2017).
- [8] H. D. Young and R. A. Freedman, *University Physics with Modern Physics*, 15th ed. (Pearson, 2020).
- [9] M. N. O. Sadiku, *Elements of Electromagnetics*, 6th ed. (Oxford University Press, 2018).
- [10] M. J. Moran and H. N. Shapiro, *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*, 9th ed. (Wiley, 2020).